

Tema 2

Ejercicios resueltos

- 02.1.** Diseñar un procedimiento para calcular la hipotenusa a de un triángulo rectángulo de catetos b, c . Calculadla en dos casos concretos diferentes.
- 02.2.** Diseñar un procedimiento para el cálculo del área de un triángulo rectángulo dada la hipotenusa a y un cateto b . Calculadla en dos casos concretos diferentes.
- 02.3.** Diseñar un procedimiento para calcular el área de un triángulo cualquiera de lados a, b, c . Calcularla en dos casos concretos diferentes.
- 02.4.** Diseñar un procedimiento para calcular el área de un pentágono regular de lado L . Calcularla en dos casos concretos diferentes.
- 02.5.** Diseñar un procedimiento para calcular el área de un hexágono regular de lado L . Calcularla en dos casos concretos diferentes.
- 02.6.** Diseñar un procedimiento para calcular el volumen de un cilindro recto circular de radio de la base R y altura H . Calcularla en dos casos concretos diferentes.
- 02.7.** Definir un procedimiento para calcular las variaciones $V(m,n)$ de m elementos en agrupaciones de n elementos ($m > n$). Calcular $V(15,3)$ y $V(20,4)$.

02.8. Diseñar un procedimiento para calcular el volumen de una esfera de radio R. Calcular el número de esferas de radio $R'=R/10$ necesarias para tener el mismo volumen inicial.

02.9. Diseñar un procedimiento para calcular el área de la superficie de una esfera de radio R. Calcular el número de esferas de radio $R'=R/10$ necesarias para tener la misma superficie inicial.

02.10. Sabiendo que un triángulo tiene un perímetro de P cm, y que los lados están en la razón a:b:c, Diseñar un procedimiento para calcular las longitudes de los lados del triángulo. Aplicarlo al caso $P=252$ cm $a=4$ cm, $b=7$ cm, $c=10$ cm.

02.11. Si $A = -8a^2b + 6ab^2 - b^3$, $B = a^3 - 5ab^2 + b^3$, $C = -4a^3 + 4a^2b - 3ab^2$, calcular:

a) $A - B + C$ b) $A^2 + B^3 - 3C$ c) $2(A + B^2) + 4C^2$

02.12. Si $A = 2a^3 + b - 3a^2 - 4$, $B = 2b + 5a$, calcular:

a) $A \cdot B$ b) $3A + 6B^2$ c) $4A^2 + 5B^3$

02.13. Simplificar la expresión:

$$5(-a + b) - 3(-2a + 3b + (a - b)) + 5(6a - 2b + (-a - b))$$

02.14. Simplificar la expresión:

$$\frac{-8a^{-8}b^{-12}c^{10}}{-2a^{-2}b^{-6}c^{-3}}$$

02.15. Factorizar las expresiones algebraicas siguientes:

a) $(3a^3 + 8b^4)^2$ b) $4a^2 - 36c^2$ c) $12a^3 - 8ab^2$

02.16. Si $p = 2x^4 - x^3 + 7x - 3$, $q = 2x + 3$, calcular:

a) $p + q^3$ b) $3p^2 + q^4$ c) división de p entre q

02.17. Calcular $P \cdot Q$, $3P + Q$, $P^2 - 2Q$, si:

a) $P = 2x + 1$, $Q = x^2 + 3x - 2$

b) $P = 3x^2 + x + 1$, $Q = -9x^2 - 3x + 6$

c) $P = x^3 - 3$, $Q = -x^3 + 2x^2 + 1$

02.18. Calcular todas las raíces de los polinomios:

a) $3x^3 + x^2 + 12x + 4$

b) $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + \frac{2}{3}x - 7$

c) $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x$

d) $x^5 - 25x^3 + 85x^2 - 106x + 45$

02.19. Si $P = 2x^4 - 6x^3 + 7x^2 + ax + a$, determinar $a \in \mathbb{R}$ sabiendo que una raíz de P es $(1 + i)$. Calcular todas las raíces de P .

02.20. Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiple de los polinomios:

a) $P = 12x^4 + 12x^3 + 7x^2 + 4x + 1$

$Q = 32x^6 + 48x^5 + 24x^4 + 20x^3 + 24x^2 + 12x + 2$

b) $P = 81x^5 + 405x^4 + 702x^3 + 510x^2 + 225x + 125$

$Q = 108x^6 + 540x^5 + 900x^4 + 554x^3 + 270x^2 + 450x + 250$

02.21. Determinar las raíces del polinomio P y escribirlo como producto de factores de primer grado:

a) $P = x^5 - 6x^4 + 10x^3 + 4x^2 - 24x + 16$

b) $P = 4x^3 + 8\sqrt{3} \cdot x^2 + 15x + 3\sqrt{3}$

02.22. Calcular el polinomio P de grado mínimo que tenga $1/2$ como raíz simple, $(1 + i)$ como raíz doble y tal que $P(0) = -2$.

02.23. Si $P = x^3 + 1$, $Q = (x-1)^2 \cdot (x+1)^3$, calcular la descomposición en fracciones simples de $\frac{P}{Q}$.

02.24. Si $P = x^2 + 3x + 1$, $Q = (x-1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)^2$, calcular la descomposición en fracciones simples de $\frac{P}{Q}$.

02.25. Si $P = x^3 + x + 1$, $Q = (x-a)^2 \cdot (x+b)^3$, calcular la descomposición en fracciones simples de $\frac{P}{Q}$.

02.26. Resolver las ecuaciones polinómicas siguientes:

- a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ b) $x^3 - 4x^2 - 5x + 8 = 0$
c) $2x^3 + 6x^2 - 18x + 10 = 0$ d) $2x^4 - 3x + 1 = 0$
e) $2x^3 + 6x^2 - 18x + 10 = 0$ f) $2.1x^3 + 8.022x^2 - 26.78235x + 16.99677 = 0$

02.27. Resolver las ecuaciones siguientes:

- a) $2x = \sqrt{5-x} - 3$ b) $5 = \sqrt{6-2x} - 4x$

02.28. Resolver la ecuación $x^3 - 3x + 1 = 0$ mediante el comando “solve”. Comentar el resultado obtenido. Proponer un método que permita establecer que las raíces de la ecuación son todas reales y calculadlas.

02.29. Resolver los sistemas de ecuaciones siguientes:

- a)
$$\begin{cases} 3x - 2y - z - t = 2 \\ y + z + 2t = 1 \\ x + y - 3z + t = 0 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x + y + z = 3a \\ 2x - y = a - 1 \\ y + z = 2a \end{cases}$$

02.30. Resolver las inecuaciones:

- a) $\frac{2}{x+3} < 1$ b) $\frac{4}{x-5} > 2$

c) $2x^2 - 3x + 1 > 0$ d) $x^3 - 3x + 2 > 1$

02.31. Definir con wxMaxima las funciones siguientes:

a) $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$ b) $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + x}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}$ d) $f(x) = \frac{x^2 \exp(x)}{x^3 + 5}$

02.32. Definir con wxMaxima las funciones siguientes:

a) $f(x) = \frac{\log(1+x) - \log(1-x)}{x}$ b) $f(x) = \exp(\sqrt{x^2 - 1}) + \log_5(\sqrt{x^2 + 2})$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \end{cases}$ d) $f(x) = \frac{|x|}{x}, \text{ si } x \neq 0$