

Tema 2

Exercicis resolts

- 02.1.** Dissenyeu un procediment per calcular la hipotenusa a d'un triangle rectangle de catets b, c . Calculeu-la en dos casos concrets diferents.
- 02.2.** Dissenyeu un procediment per al càlcul de l'àrea d'un triangle rectangle donada la hipotenusa a i un catet b . Calculeu-la en dos casos concrets diferents.
- 02.3.** Dissenyeu un procediment per calcular l'àrea d'un triangle qualsevol de costats a, b, c . Calculeu-la en dos casos concrets diferents.
- 02.4.** Dissenyeu un procediment per calcular l'àrea d'un pentàgon regular de costat L . Calculeu-la en dos casos concrets diferents.
- 02.5.** Dissenyeu un procediment per calcular l'àrea d'un hexàgon regular de costat L . Calculeu-la en dos casos concrets diferents.
- 02.6.** Dissenyeu un procediment per calcular el volum d'un cilindre recte circular de radi de la base R i altura H . Calculeu-la en dos casos concrets diferents.
- 02.7.** Definiu un procediment per calcular les variacions $V(m,n)$ de m elements en agrupacions de n elements ($m > n$). Calculeu $V(15,3)$ i $V(20,4)$.

02.8. Dissenyeu un procediment per calcular el volum d'una esfera de radi R . Calculeu el nombre d'esferes de radi $R'=R/10$ que calen per tenir el mateix volum inicial.

02.9. Dissenyeu un procediment per calcular l'àrea de la superfície d'una esfera de radi R . Calculeu el nombre d'esferes de radi $R'=R/10$ que calen per tenir la mateixa superfície inicial.

02.10. Sabent que un triangle té un perímetre de P cm, i que els costats estan en la raó $a:b:c$, dissenyeu un procediment per calcular les longituds dels costats del triangle. Apliqueu-lo al cas $P=252$ cm $a=4$ cm, $b=7$ cm, $c=10$ cm.

02.11. Si $A = -8a^2b + 6ab^2 - b^3$, $B = a^3 - 5ab^2 + b^3$, $C = -4a^3 + 4a^2b - 3ab^2$, calculeu:

a) $A - B + C$ b) $A^2 + B^3 - 3C$ c) $2(A + B^2) + 4C^2$

02.12. Si $A = 2a^3 + b - 3a^2 - 4$, $B = 2b + 5a$, calculeu:

a) $A \cdot B$ b) $3A + 6B^2$ c) $4A^2 + 5B^3$

02.13. Simplifiqueu l'expressió:

$$5(-a + b) - 3(-2a + 3b + (a - b)) + 5(6a - 2b + (-a - b))$$

02.14. Simplifiqueu l'expressió:

$$\frac{-8a^{-8}b^{-12}c^{10}}{-2a^{-2}b^{-6}c^{-3}}$$

02.15. Factoritzeu les expressions algebraïques següents:

a) $(3a^3 + 8b^4)^2$ b) $4a^2 - 36c^2$ c) $12a^3 - 8ab^2$

02.16. Si $p = 2x^4 - x^3 + 7x - 3$, $q = 2x + 3$, calculeu:

a) $p + q^3$ b) $3p^2 + q^4$ c) divisió de p entre q

02.17. Calculeu $P \cdot Q$, $3P + Q$, $P^2 - 2Q$, si:

a) $P = 2x + 1$, $Q = x^2 + 3x - 2$

b) $P = 3x^2 + x + 1$, $Q = -9x^2 - 3x + 6$

c) $P = x^3 - 3$, $Q = -x^3 + 2x^2 + 1$

02.18. Calculeu totes les arrels dels polinomis:

a) $3x^3 + x^2 + 12x + 4$

b) $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + \frac{2}{3}x - 7$

c) $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x$

d) $x^5 - 25x^3 + 85x^2 - 106x + 45$

02.19. Si $P = 2x^4 - 6x^3 + 7x^2 + ax + a$, determineu $a \in \mathbb{R}$ sabent que una arrel de P és $(1 + i)$. Calculeu totes les arrels de P .

02.20. Calculeu el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple dels polinomis:

a) $P = 12x^4 + 12x^3 + 7x^2 + 4x + 1$

$Q = 32x^6 + 48x^5 + 24x^4 + 20x^3 + 24x^2 + 12x + 2$

b) $P = 81x^5 + 405x^4 + 702x^3 + 510x^2 + 225x + 125$

$Q = 108x^6 + 540x^5 + 900x^4 + 554x^3 + 270x^2 + 450x + 250$

02.21. Determineu les arrels del polinomi P i escriviu-lo com a producte de factors de primer grau:

a) $P = x^5 - 6x^4 + 10x^3 + 4x^2 - 24x + 16$

b) $P = 4x^3 + 8\sqrt{3} \cdot x^2 + 15x + 3\sqrt{3}$

02.22. Calculeu el polinomi P de grau mínim que tingui $1/2$ com arrel simple, $(1 + i)$ com arrel doble i tal que $P(0) = -2$.

02.23. Si $P = x^3 + 1$, $Q = (x - 1)^2 \cdot (x + 1)^3$, calculeu la descomposició en fraccions

simples de $\frac{P}{Q}$.

02.24. Si $P = x^2 + 3x + 1$, $Q = (x - 1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)^2$, calculeu la descomposició en fraccions simples de $\frac{P}{Q}$.

02.25. Si $P = x^3 + x + 1$, $Q = (x - a)^2 \cdot (x + b)^3$, calculeu la descomposició en fraccions simples de $\frac{P}{Q}$.

02.26. Resoleu les equacions polinòmiques següents:

- a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ b) $x^3 - 4x^2 - 5x + 8 = 0$
 c) $2x^3 + 6x^2 - 18x + 10 = 0$ d) $2x^4 - 3x + 1 = 0$
 e) $2x^3 + 6x^2 - 18x + 10 = 0$ f) $2.1x^3 + 8.022x^2 - 26.78235x + 16.99677 = 0$

02.27. Resoleu les equacions següents:

- a) $2x = \sqrt{5 - x} - 3$ b) $5 = \sqrt{6 - 2x} - 4x$

02.28. Resoleu l'equació $x^3 - 3x + 1 = 0$ mitjançant la comanda "solve". Comenteu el resultat obtingut. Proposeu un mètode que permeti establir que les arrels de l'equació són totes reals i calculeu-les.

02.29. Resoleu els sistemes d'equacions següents:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 2y - z - t = 2 \\ y + z + 2t = 1 \\ x + y - 3z + t = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 3a \\ 2x - y = a - 1 \\ y + z = 2a \end{cases}$$

02.30. Resoleu les inequacions:

- a) $\frac{2}{x+3} < 1$ b) $\frac{4}{x-5} > 2$
 c) $2x^2 - 3x + 1 > 0$ d) $x^3 - 3x + 2 > 1$

02.31. Definiu amb wxMaxima les funcions següents:

a) $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$ b) $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + x}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}$ d) $f(x) = \frac{x^2 \exp(x)}{x^3 + 5}$

02.32. Definiu amb wxMaxima les funcions següents:

a) $f(x) = \frac{\log(1+x) - \log(1-x)}{x}$ b) $f(x) = \exp(\sqrt{x^2 - 1}) + \log_5(\sqrt{x^2 + 2})$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \end{cases}$ d) $f(x) = \frac{|x|}{x}, \text{ si } x \neq 0$