Tema 1 El programa wxMaxima: descripció i funcionament bàsic

Objectius

- 1. Accedir a informació bàsica sobre el programa wxMaxima
- 2. Instal·lació i inici del programa.
- 3. Conèixer la pantalla de funcionament del programa i el menú principal.
- 4. Fer una primera descripció de les opcions del menú principal.
- 5. Aprendre i practicar càlculs bàsics amb del programa.

Continguts

- 01-1. Introducció
- 01-2. Instal·lació i inici del programa.
- 01-3. Descripció del menú principal del programa.
- 01-4. Funcionament de wxMaxima: descripció i metodologia.
- 01-5. Càlculs numèrics bàsics amb nombres naturals.
- 01-6. El principi d'inducció.
- 01-7. Càlculs numèrics bàsics amb nombres enters, racionals i reals.

Referències

AEM11	ALANINOS PRATS, J; EXTREMERA LIZANA, J; MUÑOZ RIVAS, P. (2011) Cálculo con wxMaxima.
G07	GLASNER, MOSES (2007) A Maxima Guide for Calculus Students
GSR03	GONZÁLEZ BARAHONA, J; SEOANE PASCUAL, J; ROBLES, G. (2003) Introducción al software libre.

- MR07 MIRA ROS, JOSÉ MANUEL (2007) Manualico de Maxima.
- RR05 REDONDO NEBLE, M. VICTORIA; RODRÍGUEZ GALVÁN, J.
 RAFAEL (2005) Introducción a Maxima
- RG05 RODRÍGUEZ GALVÁN, J. RAFAEL (2005) Matemáticas y Software libre para la docencia en la Universidad de Cádiz
- RG07 RODRÍGUEZ GALVÁN, J. RAFAEL (2007) Maxima con wxMaxima: software libre en el aula de matemáticas
- RR08 RODRÍGUEZ RIOTORTO, MARIO (2008) Primeros pasos en Maxima
- RV09 RODRÍGUEZ, MARIO; VILLATE, JAIME (2009) Manual de Maxima.
- VR09 VALLEJO RODRÍGUEZ, JOSÉ ANTONIO (2009) Cálculo diferencial con Maxima

01-1.- Introducció

El programa wxMaxima és una potent eina informàtica que permet la realització de càlculs matemàtics simbòlics, de càlculs matemàtics numèrics, la manipulació d'expressions algebraiques, derivació i integració de funcions així com la realització de gràfics de diversos tipus.

El programa té els seus orígens en l'any 1967 en el Laboratori d'intel·ligència Artificial de l'Institut Tecnològic de Massachussets (MIT AI Lab). Va començar com part del Projecte MAC (Machine Aided Cognition) i inicialment es va anomenar *Macsyma*, que es un acrònim de MAC's SYmbolic MAnipulator. Tanmateix, aquest programa va anar per presència per l'aparició d'altres productes comercials com *Maple* o *Mathematica*, productes que precisament s'havien inspirat originalment en Macsyma.

L'any 1998 el Dr. William Schelter, de la Texas University, va aconseguir llicència per distribuir el programa, cosa que va fer amb el nom de *Maxima*, i amb la modalitat de programari lliure, és a dir, amb codi font accessible i modificable. Tota la informació sobre aquest programari es pot trobar a l'adreça següent:

http://maxima.sourceforge.net

Inicialment el programa no es caracteritzava, precisament, per tenir una interfase gràfica agradable i còmoda per als usuaris; amb el temps això s'ha anat modificant i la darrera versió té un aspecte molt millor que les inicials. El programa ha anat evolucionant i actualment es coneix com wxMaxima, desenvolupat per Andrej Vodopivec. Tota la informació i el programa d'instal·lació es poden trobar a l'adreça següent:

http://wxmaxima.sourceforge.net

01-2.- Instal·lació i inici del programa

A l'adreça web indicada es descarrega el programa executable que correspongui al sistema operatiu de l'ordinador en el qual es vol instal·lar el programa. En aquest curs ens referirem a la versió per a Windows, atès que és el sistema operatiu majoritari en el conjunt d'usuaris a qui va dirigit el curs.

La versió de wxMaxima disponible al llarg de l'elaboració d'aquest projecte i, per tant, la que s'ha fet servir en la redacció dels Temes i dels fitxers corresponents, és la versió 5.23.2. Per instal·lar el programa, cal baixar l'executable d'instal·lació corresponent al sistema operatiu de l'ordinador, executar-lo i seguir les instruccions que van apareixent en pantalla, en particular les que fan referència a opcions i idioma d'instal·lació. A l'escriptori es crea una icona que permet executar el programa en la forma habitual. Quan s'inicia l'execució del programa, apareix la pantalla d'inici del programa que es pot veure a la Figura 01-1.



Figura 01-1 Pantalla d'inici de wxMaxima

01-3.- Descripció del menú principal del programa.

La pantalla d'inici de wxMaxima té un aspecte similar a la d'altres programes, amb una part superior que és la barra de menús, a continuació una barra d'icones i l'àrea de sortida o de consola, que ocupa la major part de la pantalla.

El menú principal conté les opcions següents:

- Archivo
- Editar
- Celda
- Maxima
- Ecuaciones
- Álgebra
- Análisis
- Simplificar
- Gráficos
- Numérico
- Ayuda

A continuació es fa una breu descripció de les opcions del menú principal del programa que permeten un treball bàsic amb el programa. Altres parts que corresponen a accions més específiques es descriuran en sessions posteriors.

Menú Archivo. Opcions del menú:

Abrir	Permet obrir un fitxer guardat.
Abrir sesión reciente	Apareixen els fitxers guardats més recentment.
Guardar	Guarda el fitxer de treball actual.
Guardar como	Guarda el fitxer actual i demana el nom.
Cargar paquete	Carrega un paquet o conjunt d'instruccions.
Archivo por lotes	Guarda un fitxer tipus *.mac.
Exportar	Permet exportar el fitxer a formats diversos.
Imprimir	Permet imprimir el fitxer.
Salir	Per sortir del programa.

Menú Editar. Opcions del menú:

Deshacer	Per tornar enrere en una operació
Cortar	Per eliminar i guardar en la memòria
Copiar	Per copiar i guardar en la memòria
Copiar como texto	Per copiar i guardar en la memòria en format de
	text
Copiar como LaTeX	Per copiar i guardar en la memòria en format de

	LaTeX
Copiar como imagen	Per copiar i guardar en la memòria en format
	d'imatge
Pegar	Per enganxar
Buscar	Per buscar una paraula o conjunt de paraules
Seleccionar texto	Per seleccionar
Guardar selección en imagen	Per guardar en format imatge
Ampliar	Per augmentar el zoom
Disminuir	Per reduir el zoom
Establecer aumento	Per establir la proporció d'augment del zoom
Pantalla completa	Per veure en pantalla completa
Preferencias	Per establir les preferències de text en les
	cel·les

Menú Celda. Opcions del menú:

Evaluar celda	Per dur a terme les instruccions d'una cel·la
	d'entrada
Evaluar todas las celdas	Per dur a terme les instruccions de totes les
	cel·les d'entrada
Borrar todos los resultados	Per eliminar totes les sortides o càlculs
	realitzats
Copiar entrada anterior	Per repetir l'entrada anterior
Autocompletar	
Mostrar plantilla	
Nueva celda de entrada F5	Per crear una cel·la d'entrada
Nueva celda de texto E6	Per crear una cal·la da taxt
Nueva celua de lexio Fo	rei cieai una certa de text
Nueva celda de subsección F7	Per crear una cel·la de subsecció
Nueva celda de sección F8	Per crear una cel·la de secció
Nueva celda de título F9	Per crear una cel·la de títol
Insertar salto de página	Per inserir un salt de pàgina quan s'imprimeix
1.0	el fitxer
Insertar imagen	Per inserir una imatge a partir d'un fitxer creat
Instrucción anterior	Per copiar la instrucció que s'hagi executat
	immediatament abans
Siguiente instrucción	Per anar a la instrucció següent

Menú Maxima. Opcions del menú:

Paneles	Obre un quadre de diàleg per inserir un quadre
	d'instruccions específic (vegeu Figura 01-2)
Interrumpir	Per aturar el procés de càlculs actual
Reiniciar Maxima	Per reiniciar el programa

Limpiar memoria	Per eliminar les assignacions realitzades
Añadir a la ruta	
Mostrar funciones	Per mostrar les funcions definides
Mostrar definición	Per mostrar la definició d'una funció
Mostrar variables	Per mostrar les variables definides
Borrar variable	Per eliminar una variable
Conmutar pantalla de tiempo	
Cambiar pantalla 2D	Per seleccionar l'algorisme de sortida
Mostrar formato TeX	Per mostrar el format TeX

Menú Ayuda. Opcions del menú:

Ayuda de Maxima	Obre el fitxer d'ajut interactiu
Ejemplo	Mostra un exemple d'una instrucció
A propósito	Mostra exemples d'instruccions similars
Mostrar sugerencias	Obre un quadre de diàleg amb suggeriments
Tutoriales	Accés a documents en xarxa
Información de compilación	
Información de error	
Comprueba actualizaciones	Verifica l'actualització de la versió
Acerca de	Dades del programa





Figura 01-2(b) Quadre amb instruccions d'Estadística

L'opció "Ayuda de Maxima" és molt útil per verificar la sintaxi correcta de les instruccions que es volen aplicar. En la primera part (contenido) es descriuen els temes en els quals s'aplica el programa i es detallen les instruccions corresponents, il·lustrades en alguns cassos amb exemples. La segona part (índice) permet buscar instruccions concretes, que estan ordenades alfabèticament; clicant sobre el botó "Mostrar" apareix la descripció de la instrucció requerida. La tercera part (búsqueda) permet escriure una instrucció i tenir accés a totes les parts de l'ajut que contenen aquesta instrucció. A la Figura 01-3 es pot veure un exemple d'aquestes pantalles.

🔮 Manual de Maxima		
Coultar Atrás Imprimir Opciones		
Contenido Índice Búsqueda	[Top] [Contents] [Index] [?]	1
Detección e informe de fallos Ayuda Línea de Comandos	Manual de Maxima	
Operadores Expresiones	Ver. 5.22	
Simplificación Gráficos Lectura y escritura	Maxima es un sistema de cálculo simbólico escrito en Lisp.	
	Maxima desciende del sistema Macsyma, desarrollado en el MIT (Massachusetts Institute of	
Logaritmos Trigonometría Funciones Especiales	Technology) entre los años 1968 y 1982 como parte del proyecto MAC. El MIT pasó una copia del código fuente al DOE (Department of Energy)	
Funciones elípticas Límites Diferenciación	en 1982, en una versión conocida como DOE- Macsyma. Una de estas copias fue mantenida por al Profesor William E. Schalter de la Universidad	
Cuaciones Ecuaciones Ecuaciones Cuaciones	de Texas desde el año 1982 hasta su fallecimiento en 2001. En 1998 Schelter habia obtenido del	
Metodos numencos Arays Arays Arays Arays	Departamento de Energía permiso para distribuir el código fuente de DOE-Macsyma bajo licencia GNU-GPL iniciando en el año 2000 el provecto	
Times tensor	Maxima en SourceForge con el fin de mantener y seguir desarrollando DOE-Macsyma ahora con el	•

Figura 01-3(a) Quadre del menú Ayuda – Contenido

🙀 Manual de Maxima		
Ocultar Atrás Imprimir Opciones		
Contenido Indice Búsqueda	Función: matrix (fila_1,, fila_n)	
Escriba la palabra clave a buscar:	Devuelve una matriz rectangular con las filas $fila_l,, fila_n$. Cada fila es una lista de expressiones. Todas las filas deben tener el	
matrix	mismo número de miembros.	
matrix_size matrix_size matrixp matrixp matrixp	Las operaciones + (suma), - (resta), * (multiplicación) y / (división), se llevan a cabo elemento a elemento cuando los	
max_clique max_clique max_flow	operandos son dos matrices, un escalar y una matriz o una matriz con un escalar. La operación ^ (exponenciación, equivalente a	
max_independent_set max_matching max_ord maxapplydegth maxapplyheight maxima_tempdir	**) se lleva cabo también elemento a elemento si los operandos son un escalr y una matriz o uma matriz y un escalar, pero no si los operandos son dos matrices.	
maxima_userdir maximize_lp maxnegex maxposex maxpsifracdenom	El producto matricial se representa con el operador de multiplicación no	
maxps/racnum maxpsinegint maxpsiposint	de exponenciación no comutativa es ^^. Dada la matriz A, A.A = A^^2 y A^^-1 es la inversa de A, si existe.	
MUSUR		<u>}</u>

Figura 01-3(b) Quadre del menú Ayuda – Índice

🐕 Manual de Maxima	
Cultar Atrás Imprimir Opciones	
Contenido Índice Búsqueda Escriba la palabra clave a buscar:	[<][>] [<<][Up][>>] [Top][Contents][Index
matrix Enumerar terman	12. Polinomios
Seleccione qué tema mostrar:	<u>12.1 Introducción a los polinomios</u> 12.2 Funciones y variables para polinomios
Manual de Maxima: 12. Polinomios Manual de Maxima: 25. Matrices y Álgebra Manual de Maxima: 27. itensor Manual de Maxima: 28. ctensor Manual de Maxima: 29. atensor	
Manual de Maxima: 38. Conjuntos Manual de Maxima: 40. Programación Manual de Maxima: 45. descriptive Manual de Maxima: 46. diag	12.1 Introducción a los polinomios
Manual de Maxima: 48. draw Manual de Maxima: 49. dynamics Manual de Maxima: 56. interpol Manual de Maxima: 56. interpol Manual de Maxima: 57. lapack	Los polinomios se almacenan en Maxima, bien en un formato general, bien en una forma conocida como canónica (Cannonical Rational Expressions,
Manual de Maxima: 60, linearalgebra Manual de Maxima: 61, lsquares Manual de Maxima: 67, orthopoly Manual de Maxima: 7, Simplificación	CRE). La última corresponde al formato estándar y se utiliza internamente para realizar operaciones como factor, ratsimp y demás.
Manual de Maxima: 71. simplification	Las Expresiones Racionales Canónicas (CRE) constituyen un tipo de representación que es especialmente apropiado para expandir polinomios

Figura 01-3(c) Quadre del menú Ayuda – Búsqueda

01-4.- Funcionament de wxMaxima: descripció i metodologia.

Quan s'inicia l'execució del programa apareix la pantalla estàndard d'entrada. La interacció de l'usuari amb el programa es duu a terme mitjançant instruccions que s'escriuen en les anomenades "cel·les d'entrada", que es descriuran tot seguit. Hi ha els següents tipus de cel·les:

- <u>Cel·les de títol</u>. Per inserir una cel·la de títol cal prémer la tecla F9. S'apliquen generalment per escriure el títol del tema a que fa referència el treball que segueix.
- <u>Cel·les de secció</u>. Per inserir una cel·la de secció cal prémer la tecla F8. S'apliquen per estructurar el fitxer de treball en les diferents seccions o apartats.
- <u>Cel·les de subsecció</u>. Per inserir una cel·la de secció cal prémer la tecla F7. S'apliquen per estructurar els apartats o seccions del fitxer de treball en diferents subseccions o subapartats.
- <u>Cel·les de text</u>. Per inserir una cel·la de secció cal prémer la tecla F6. S'apliquen en general per posar comentaris o observacions en el document de treball.
- <u>Cel·les d'entrada</u>. Per inserir una cel·la de secció cal prémer la tecla F5. Són els elements essencials de treball per entrar les instruccions que l'usuari desitja executar en els càlculs.

Per inserir una cel·la de qualsevol tipus, a més de mitjançant les tecles esmentades, es pot anar a la barra de menús en "Celda" i aplicar el tipus corresponent.

El format del text que apareix en cada un d'aquest tipus de cel·la es pot personalitzar (vegeu Figura 01-4) anant al menú Editar:

Editar \rightarrow Preferencias \rightarrow Quadre de diàleg que apareix

	lo la da construcción de	and the second second	Anna I	
Programa Maxima:	C: programa yiaxima-s.	zz. 1 (pin ynaxi	HORI	
Parámetros adicionales:].		
Opciones de wxMaxima				
dioma:	(Usar idioma predeterminado)	•		
uerto predeterminado:	4010			
Guardar el tamaño/p	osición de la ventana de wxMaxima			
Guardar disposición d	de paneles			
Hacer coincidir parén	itesis en los controles de texto			
Fuente proporcional	en controles de texto			
Mostrar expresiones	largas			
Usar punto centrado	como operador de multiplicación			
reas retorno evolad	centra			

pciones Estilo					
Fuentes					
Fuente predeterminada:	Courier Ne	Courier New (11)			
Fuente matemática:	Courier New (11)				
<u>ସ</u>	7 Utilizar fuentes (sMath				
Istilos					
7 Mantener signo porcentual	en símbolos especiales:	%e, %i, etc.			
Predeterminado Variables					
Números Nombres de funciones	E	egir fuente			
Constantes especiales Constantes griegas	Gruesa	🛛 🔽 Itálica 🗖 Sub	orayado		
Cadenas Entrada Maxima					
Introducir etiquetas Opciones de Maxima		Texto	de eje	emplo	
Etiquetas de salida Resaltado					
Celda de texto Celda de subsección					
Celda de sección Celda de título	•				
Celda de título					
				Cargar	Guardar
				12	<u> </u>

Figura 01-4 Quadre de diàleg de Editar – Preferencias

A la part "Opciones" hi ha les opcions generals del programa; es recomana mantenir les opcions per defecte. A la part "Estilo" es poden seleccionar diferents opcions, de les quals comentarem les següents:

- Fuente predeterminada. Permet seleccionar la font de les instruccions d'entrada. En aquest Curs s'ha adoptat la font "Tahoma (11)". Aquesta font serà també emprada en les cel·les de text.
- Fuente matemàtica. Permet seleccionar la font de les instruccions de les sortides del programa. En aquest Curs s'ha adoptat la font "Tahoma (11)".
- Entrada Maxima. Permet seleccionar el color de la font de les instruccions d'entrada. En aquest Curs s'ha adoptat el color vermell, codi RGB(255,0,0).
- Introducir etiquetas. Permet seleccionar el color de les etiquetes de referència de les entrades. En aquest curs s'ha adoptat el color vermell, codi RGB(255,0,0).
- Etiquetas de salida. Permet seleccionar el color de les etiquetes de referència de les sortides del programa. En aquest curs s'ha adoptat el color blau, codi RGB(0,0, 128). Així mateix s'ha adoptat aquest color per a totes les sortides i càlculs del programa.
- Celda de subsección. Permet definir la font i el color de les cel·les de subsecció.
- Celda de sección. Permet definir la font i el color de les cel·les de secció.
- Celda de titulo. Permet definir la font i el color de les cel·les de títol.
- Fondo de celda de texto. Permet definir el color de fons de les cel·les de text.
- Fondo. Permet definir un color de fons dels documents wxMaxima.
- Selección. Permet establir el color del ressaltat en la selecció d'una part del document per copiar o altres opcions.

Una cel·la d'entrada consta de dues parts ben diferenciades: la línia d'entrada i la línia o línies de sortida. La línia d'entrada conté les instruccions per executar els càlculs que acaben amb el signe de punt i coma (;) si es desitja veure el resultat o amb el signe de dòlar (\$) si no es desitja veure el resultat, tot i que la instrucció es duu a terme. El programa assigna un número a cada línia d'entrada que té el format (% N) on la i

indica entrada ("input") i N el nombre assignat; una línia d'entrada pot contenir una o més instruccions executables. Quan una línia d'entrada conté més d'una instrucció executable, es generen tantes línies de sortida com instruccions i això afecta la numeració de les entrades posteriors. Les línies de sortida tenen el format (% N) on la o indica sortida ("output") i N el nombre assignat.

Per executar la instrucció o les instruccions d'una línia d'entrada es pot procedir de dues maneres:

- De forma directa prement les tecles <Control + Intro>.
- Anant al menú Celda \rightarrow Evaluar celda(s).

Per executar les instruccions de totes les cel·les d'entrada que s'hagin escrit en el document, es pot procedir també de dues maneres:

- De forma directa prement les tecles <Control + R>.
- Anant al menú Celda \rightarrow Evaluar todas las celdas.

Una sessió o document de wxMaxima es pot guardar en un fitxer que té uns estructura estàndard, nom, punt i extensió; nom_del_Fitxer.wxm; aquesta operació es fa anant al menú Archivo d'acord amb la seqüència

Archivo \rightarrow Guardar como \rightarrow Nom del Fitxer

L'extensió .wxm és assignada per defecte a un fitxer de càlculs. Quan es tanca un fitxer es guarda tota la informació que ha estat salvada prèviament i quan es torna a obrir només apareixen les cel·les d'entrada amb les comandes introduïdes; per fer aparèixer els resultats o sortida, cal executar les cel·les d'entrada una per una o conjuntament, tal com s'ha indicat anteriorment.

01-5.- Càlculs numèrics bàsics amb nombres naturals.

En aquest apartat es descriu el que podríem anomenar funcionament de wxMaxima com a calculadora i la metodologia i la sintaxi per dur a terme operacions aritmètiques elementals amb nombres enters, nombres racionals i nombres reals. Els càlculs d'aquest apartat es desenvolupen al fitxer **Tema_01-5.wxm**.

Comencem il·lustrant la sintaxi de les operacions aritmètiques elementals (suma i producte) amb nombres naturals, les propietats de les quals se suposen conegudes. Un dels aspectes a tenir en compte és l'ordre de preeminència dels operadors aritmètics en la realització d'operacions, és a dir, cal recordar que els signes de suma i resta separen termes i no així el producte. En qualsevol cas, és clar que es poden fer servir parèntesis per a major claredat i seguretat. Comencem il·lustrant la sintaxi d'aquestes operacions.

Suma i producte de nombres naturals:

```
(%i1) 4+3; 4-3; 4*3;
(%o1) 7
(%o2) 1
(%o3) 12
(%i4) 3*7+5; (3*7)+5; 3*(7+5);
(%o4) 26
(%o5) 26
(%o6) 36
```

Potències de nombres naturals:

```
(%i7) 3^2; 3^(2*3);
(%o7) 9
(%o8) 729
(%i9) (3^2)^3; 3^2^3; 3^(2^3);
(%o9) 729
(%o10) 6561
(%o11) 6561
```

Es fa observar que per l'edició dels documents d'aquest Curs es fa servir l'opció "Editar / Copiar como imagen" aplicada a les sortides del programa i que en fer-ho es manté l'alineació de la primera sortida amb l'entrada i després es produeix un cert desplaçament de les sortides següents. En alguns casos la imatge no s'enganxa de manera completa.

Es pot calcular directament el factorial d'un nombre natural, amb la mateixa notació de l'Anàlisi Matemàtica (signe d'admiració (!)):

(%i12) 0!; 2!; 5!; 10!; (%o12) 1 (%o13) 2 (%o14) 120 (%o15) 3628800

També es pot calcular la descomposició d'un nombre natural en factors primers:

(%i16) factor(126); factor(1488); factor(10!); (%o16) 2 3² 7 (%o17) 2⁴ 3 31 (%o18) 2⁸ 3⁴ 5² 7

Es poden calcular directament tots els divisors d'un nombre natural:

(%i19) divisors(162); divisors(12345); (%o19) {1,2,3,6,9,18,27,54,81,162} (%o20) {1,3,5,15,823,2469,4115,12345}

Per saber si un nombre és o no primer, cal aplicar la instrucció "primep" i esperar la resposta que serà "true" (cert) o bé "false" (fals) segons correspongui. Una forma equivalent de saber-ho és amb els divisors, ja que si un nombre és primer els seus divisors són només ell i la unitat:

```
(%i21) primep(124); primep(109);
(%o21) false
(%o22) true
(%i23) divisors(124); divisors(109);
(%o23) {1,2,4,31,62,124}
(%o24) {1,109}
```

Si es vol saber el quocient i el residu de la divisió de dos nombres naturals, això es pot fer directament o bé amb comandes per obtenir aquests resultats de forma específica:

```
(%i25) divide(162,18); divide(162,19);
(%o25) [9,0]
(%o26) [8,10]
(%i27) divide(162,19); quotient(162,19); remainder(162,19);
(%o27) [8,10]
(%o28) 8
(%o29) 10
```

Es pot calcular el màxim comú divisor i del mínim comú múltiple de dos nombres (en el segon cas cal carregar prèviament el paquet d'instruccions "functs"):

```
(%i30) gcd(300,1620); gcd(504, 2583);
(%o30) 60
(%o31) 63
(%i32) load(functs)$ lcm(300, 1620);
define: warning: redefining the built-in function lcm
(%o33) 8100
```

La instrucció "binomial(m,n)" permet el càlcul del valor d'un nombre combinatori; es pot visualitzar en forma genèrica i en casos concrets:

```
(%i34) binomial(m,n); binomial(7,2); binomial(18,6);
(%o34) \binom{m}{n}
(%o35) 21
(%o36) 18564
```

01-6.- El principi d'inducció.

Els càlculs d'aquest apartat es desenvolupen al fitxer Tema_01-6.wxm.

El principi d'inducció es basa en el fet que el conjunt dels nombres naturals és un conjunt ben ordenat i que té 1 com a primer element. Si P(n) és una propietat que pot ser certa o no per a cada nombre natural n, aleshores el principi d'inducció matemàtica afirma que si:

a) P(1) és certa, és a dir el nombre n = 1 compleix la propietat;

b) Suposant que P(k) és certa es pot demostrar que P(k+1) també és certa,

aleshores la propietat és certa per a qualsevol nombre natural, és a dir, per a tots els nombres naturals.

Exemple 01-6.1. Demostreu que per a tot nombre natural $n \in \mathbb{N}$ es compleix

$$1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

En primer lloc verificarem si la propietat es compleix per a n = 1:

Si es vol, es pot comprovar també per a n = 2:

Ara formularem la hipòtesi d'inducció:

$$1+2+3+\dots+(n-1)=\frac{(n-1)n}{2}$$

Introduïm aquesta hipòtesi com una variable:

(%i5) Hip_induc:(n-1)*n/2;
(%o5)
$$\frac{(n-1) n}{2}$$

Finalment calculem la suma $1+2+3+\dots+(n-1)+n$ tenint en compte la hipòtesi d'inducció:

(%)6) Hip_induc + n; (%)6) $\frac{(n-1)n}{2}$ + n

Efectuem el càlcul aplicant la instrucció "Simplificar/Simplificar expresión":

(%i7) ratsimp(%); (%o7) $\frac{n^2 + n}{2}$

Finalment, factoritzem l'expressió obtinguda mitjançant la instrucció "Simplificar/Factorizar expresión":

(%i8) factor(%); (%o8) $\frac{n(n+1)}{2}$

Exemple 01-6.2. Demostreu que per a tot nombre natural $n \in \mathbb{N}$ es compleix

$$1^{2} + 3^{2} + 5^{2} + \dots + (2n-1)^{2} = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

En primer lloc verificarem si la propietat es compleix per a n = 1:

```
(%i1) 1^2;
1*(2*1-1)*(2*1+1)/3;
(%01) 1
(%02) 1
```

Si es vol, es pot comprovar també per a n = 2:

Ara formularem la hipòtesi d'inducció:

$$1^{2} + 3^{2} + 5^{2} + \dots + (2n-3)^{2} = \frac{(n-1)(2n-3)(2n-1)}{3}$$

Introduïm aquesta hipòtesi com una variable:

(%i5) Hip_induc:(n-1)*(2*n-3)*(2*n-1)/3; (%o5) $\frac{(n-1)(2 n-3)(2 n-1)}{3}$

Finalment calculem la suma $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-3)^2 + (2n-1)^2$ tenint en compte la hipòtesi d'inducció:

(%i6) Hip_induc +
$$(2*n-1)^2$$
;
(%o6) $(2n-1)^2 + \frac{(n-1)(2n-3)(2n-1)}{3}$

Efectuem el càlcul aplicant la instrucció "Simplificar/Simplificar expresión":

Finalment, factoritzem l'expressió obtinguda mitjançant la instrucció "Simplificar/Factorizar expresión":

(%i8) factor(%); (%o8) $\frac{n(2 n-1)(2 n+1)}{3}$

01-7.- Càlculs numèrics bàsics amb nombres enters, racionals i reals.

En aquest apartat es descriu el que podríem anomenar funcionament de wxMaxima com a calculadora i la metodologia i la sintaxi per dur a terme operacions aritmètiques elementals amb nombres enters, nombres racionals i nombres reals. Els càlculs d'aquest apartat es desenvolupen al fitxer **Tema_01-7.wxm**.

El programa permet fer càlculs amb nombres racionals; si es donen en forma de fracció de nombres enters, el resultat es dona en la mateixa forma i si es fa servir la representació decimal d'aquests nombres, representació que s'indica amb la instrucció "float", el resultat es dona en forma de representació decimal, que per defecte té un total de 16 xifres:

```
(%i1) 3/7; 3/7+4/9; 3/7*4/9;

(%o1) \frac{3}{7}

(%o2) \frac{55}{63}

(%o3) \frac{4}{21}

(%i4) float(3/7); float(3/7+4/9); float(3/7*4/9);

(%o4) 0.42857142857143

(%o5) 0.87301587301587

(%o6) 0.19047619047619
```

El resultat es pot obtenir en forma de representació decimal o numèrica amb la instrucció "numer" escrita amb una coma després de la fracció:

```
(%i7) 3/7, numer;

3/7 + 4/9, numer;

(%o7) 0.42857142857143

(%o8) 0.87301587301587

(%i9) 375/1000;

375/1000, numer;

(%o9) \frac{3}{8}

(%o10) 0.375

(%i11) 166/99,numer;

(%o11) 1.676767676767677
```

(%i12) (234567-234)/(100000-100); (234567-234)/(100000-100), numer; (%o12) $\frac{8679}{3700}$ (%o13) 2.345675675675676

Els càlculs amb nombres reals tenen una sintaxi senzilla com la que s'ha vist en nombres enters; cal tenir en compte que un nombre natural escrit amb símbol decimal i part decimal 0, s'interpreta com un nombre real:

```
(%i14) 234.34+567.40;
234.34*567.45;
234.34/567.45;
(%o14) 801.74
(%o15) 132976.233
(%o16) 0.41297030575381
(%i17) 2.0 + 4.567;
2.0 * 4.567;
(%o17) 6.567
(%o18) 9.134
```

Els nombres irracionals e i π tenen una sintaxi específica: %e, %pi respectivament; a continuació se'n mostren les representacions decimals per defecte (16 xifres):

```
(%i19) %pi;
float(%pi);
%pi,numer;
(%o19) π
(%o20) 3.1415926535897!
(%o21) 3.1415926535897!
(%o21) 3.1415926535897!
(%i22) %e;
float(%e);
%e,numer;
(%o22) %e
(%o22) %e
(%o23) 2.7182818284590<sup>2</sup>
(%o24) 2.7182818284590<sup>2</sup>
```

Si es considera que la representació decimal per defecte té un nombre massa gran de xifres i es vol una representació decimal amb menys xifres, cal aplicar la instrucció "fpprec(N)" on N és el nombre total de xifres de la representació decimal; a continuació cal aplicar la instrucció "bfloat()" en la qual s'ha d'especificar en l'interior del parèntesi els càlculs a realitzar.

Així en el cas dels nombres e i π :

(%i25) fpprec:5\$
 bfloat(%pi);
 bfloat(%e);
(%o26) 3.1416b0
 (%o27) 2.7183b0
 (%i28) fpprec:30\$ bfloat(%pi); bfloat(%e);
(%o29) 3.14159265358979323846264338328b0
 (%o30) 2.71828182845904523536028747135b0

A continuació es mostra un altre exemple fet amb diferent precisió pel que fa al nombre de xifres de la representació decimal:

```
(%i31) (2*%pi+4*%e)/(%e + 1);
float((2*%pi+4*%e)/(%e+1));
(%o31) 2 π + 4 %e
%e + 1
(%o32) 4.614043101763966
(%i33) fpprec:5$
bfloat((2*%pi+4*%e)/(%e+1));
(%o34) 4.614b0
```